

Le théorème de Thalès

ÉNONCÉ :

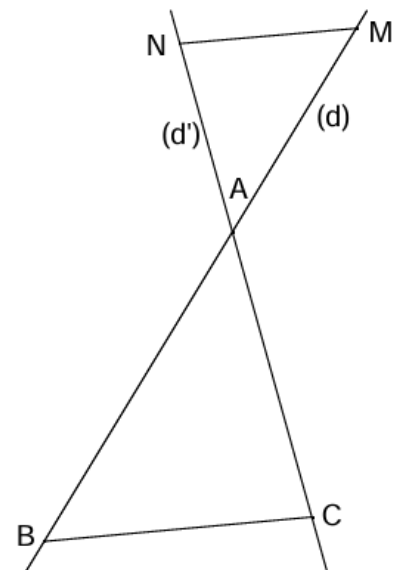
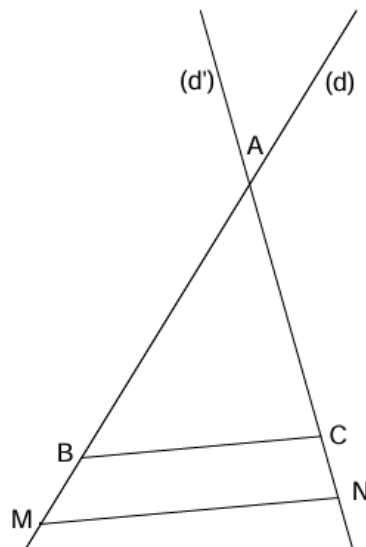
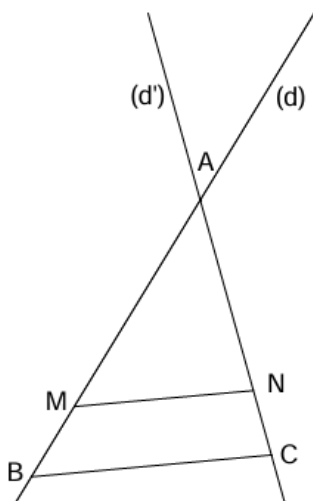
Soient les points A, B, M alignés et A, C, N alignés.

Si les droites (BC) et (MN) sont parallèles, alors

$$\frac{AM}{AN} = \frac{AB}{AC} = \frac{BM}{CN}$$



Il existe trois cas de figures possibles :



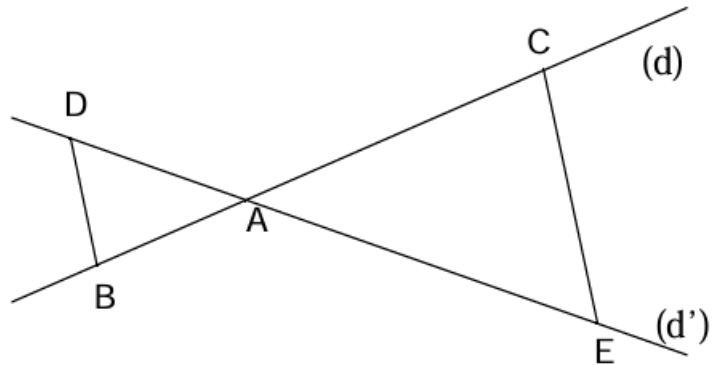
UTILISATION DU THÉORÈME DE THALÈS :

- Calculer une longueur quand on a deux droites sécantes coupées par deux droites parallèles
- Prouver que deux droites sont parallèles ou non



Exemple 1:

On considère la figure ci-contre,
où A, B et C appartiennent à la droite (d),
et D et E appartiennent à la droite (d').
Les droites (BD) et (CE) sont parallèles.
On donne $AB = 2 \text{ cm}$, $AD = 2,8 \text{ cm}$,
 $AE = 7 \text{ cm}$ et $CE = 10 \text{ cm}$
Calculer AC et BD.

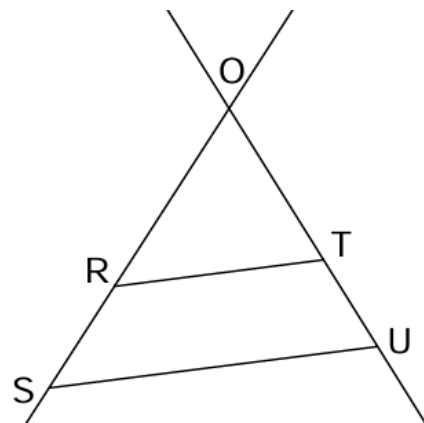


Solution : Les points D, A, E sont alignés et les points B, A, C sont alignés. Les droites (BD) et (CE) sont parallèles. D'après le théorème de Thalès : $\frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AE} = \frac{BD}{CE}$. On a alors $\frac{2}{AC} = \frac{2,8}{7} = \frac{BD}{10}$.

$$\begin{array}{l|l} \frac{2}{AC} = \frac{2,8}{7} & \frac{2,8}{7} = \frac{BD}{10} \\ AC = \frac{2 \times 7}{2,8} = 5 \text{ cm} & BD = \frac{2,8 \times 10}{7} = 4 \text{ cm} \end{array}$$

Exemple 2:

On considère la figure ci-contre.
On donne $OR = 3 \text{ cm}$, $OT = 4 \text{ cm}$,
 $RS = 1,5 \text{ cm}$ et $TU = 1,8 \text{ cm}$
Les droites (RT) et (SU) sont-elles parallèles ?



Solution : $\frac{OR}{OS} = \frac{3}{4,5} \approx 0,67$ et $\frac{OT}{OU} = \frac{4}{5,8} \approx 0,69$ donc $\frac{OR}{OS} \neq \frac{OT}{OU}$. On en déduit que les droites (RT) et (SU) ne sont pas parallèles (sinon, d'après le théorème de Thalès, les deux quotients seraient égaux).

Réciproque du théorème de Thalès

ÉNONCÉ :

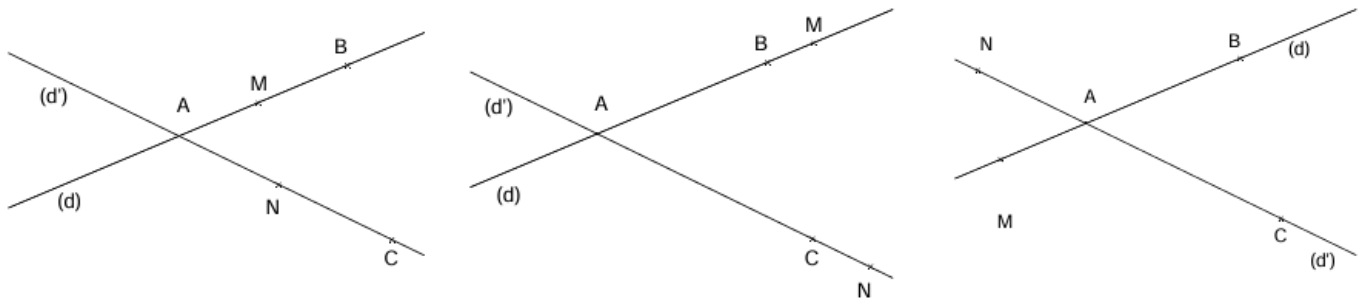
Soient les points A, B, M alignés et A, C, N alignés.

$$\text{Si } \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} \text{ et}$$

si les points A, B, M et les points A, C, N sont dans le même ordre,
alors les droites (BC) et (MN) sont parallèles.



On se trouve dans un des trois cas de figures suivants :



Exemple :

(d) et (d') sont deux droites sécantes en A.

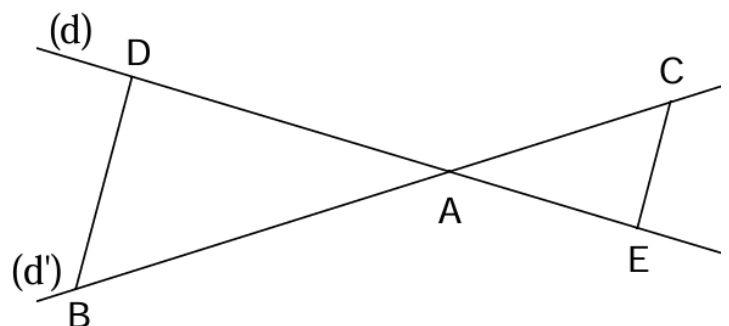
B et C appartiennent à la droite (d').

D et E appartiennent à la droite (d).

On donne $AC = 3 \text{ cm}$, $AB = 5 \text{ cm}$,

$AD = 6,5 \text{ cm}$ et $AE = 3,9 \text{ cm}$

Les droites (BD) et (CE) sont-elles parallèles ?



Solution : $\frac{AC}{AB} = \frac{3}{5} = 0,6$ et $\frac{AE}{AD} = \frac{3,9}{6,5} = 0,6$ donc $\frac{AC}{AB} = \frac{AE}{AD}$. B, A, C sont alignés et D, A, E sont alignés dans le même ordre. D'après la réciproque du théorème de Thalès, on en déduit que les droites (BD) et (CE) sont parallèles.